

RIMS 合宿型セミナー『保型 L 函数の特殊値と付随する p 進 L 函数』

高次代数群に付随する p 進 L 函数の構成について：構成の現状と各構成の対応

2016 年 9 月 15 日 (木) 於 美山町自然文化村 文化ホール

	$GL(2)$ [落合, 小林]	$GL(3)$ [平野]	$GL(2n)$ [並川]	$GL(n) \times GL(n-1)$ [原]
保型表現の模型	WHITTAKER 模型	WHITTAKER 模型	SHALIKA 模型	WHITTAKER 模型
素点 p での 導手 (レベル)	一般	不分岐 [Mah00, Ger15]	不分岐 [AG94, Geh15]	不分岐 [KMS00, Sch01, Jan11] 一般 [Jan15, Jan16]
ゼータ積分	JACQUET-LANGLANDS 積分 (MELLIN 変換) [落合 16, 補題 6.18.]	PIATETSKI-SHAPIRO 積分 [PS75]	FRIEDBERG-JACQUET 積分 [FJ93]	JACQUET-PIATETSKI-SHAPIRO -SHALIKA 積分 [JPSS83]
(一般化) BIRCH の補題	[落合 16, p. 129] 補題 6.18 の証明の直前	(明示的に書かれていない)	[AG94, Sections 2.2, 2.3] (明示的には書かれていない)	[KMS00, Section 3.2] [Jan11, Thm. 3.1] [Jan15, Thm. 4.4, Cor. 4.5] [Jan16, Thm. 7.1]
局所系	一般 [落合 16, 定理 B.14]	定数 [Mah00] (分母の評価時) 一般 [Mah00, Ger15]	定数 [AG94] 一般 [Geh15]	定数 [KMS00, Sch01, Jan11] 一般 [Jan15, Jan16]
有限指標での 補間公式	一般 [落合 16, p.p.128–131]	分岐指標のみ (制限 $p^2 \mid f_\chi$ あり) [Mah00, Prop. 2.4] [Ger15, Thm. 2.1]	一般 (特に不分岐指標でも) [AG94, Prop. 2.4, 2.5] [Geh15, Thm. 2.23, Thm. 3.5]	分岐指標のみ [KMS00, Thm. 4.16] ^{*)} [Jan11, Thm. 4.4] [Jan15, Thm. 6.10] [Jan16, Thm. 7.2]
ノルム指標での 捻りでの補間	○ (MANIN の トリック) [落合 16, 命題 6.27]	△ [Ger15, Rem. 4.5] ^{†)}	×	×
分布関係式 (distribution relation)	[落合 16, 命題 6.25]	[Mah00, Prop. 2.3]	[AG94, p. 40 (DR)]	[KMS00, Prop. 4.5, Cor. 4.6] [Jan11, Thm. 4.4] [Jan15, Thm. 6.7] [Jan16, Thm. 6.1]
(概) 通常の場合	有界測度 [落合 16, 系 6.24]	2-許容測度 ^{‡)} (定数係数の場合) [Mah00, Th. 4] ($3l_0-3$)-許容測度 ^{*)} (一般係数の場合) [Ger15, Th. 4.1, Lem. 4.3]	有界測度 定数係数 [AG94, Lem. 5.3] 一般係数 [Geh15, Cor. 4.12]	有界測度 定数係数 [Sch01, Thm. 3.5] [Jan11, Thm. 5.1] 一般係数 [Jan15, Thm. 6.8] [Jan16, Thm. 6.2]
有限傾斜の場合	h -許容測度 AMICE-VÉLU, VIŠIK	分布の増大度の明示的評価 [Mah00, Thm. 4] [Ger15, Thm. 4.1]	分布の増大度の評価 [Geh15, Rem. 4.13]	分布の増大度の (明示的) 評価 [Jan11, Rem. 5.2] [Jan15, Section 6.7 最後] など

^{*)} 導手に制限あり ($\chi, \chi^2, \dots, \chi^{n-1}$ が全て同じ非自明な p 幂導手を持つとき)

^{†)} 許容性の指数 h を大きく取り替えることで、ノルム指標で捻ったときの値を計算することを可能としている ([Ger15, Lem. 4.3.] 参照)。
但し、測度の一意性が導き出せるほど十分多くの点では値を補間していない (つまり [Mah00, Ger15] で提示された補間性質を満たす許容測度の存在は 一意的ではない)。

^{‡)} $\mathbb{Z}_p^\times$ 上の、局所的に次数 h 未満 の多項式で表される函数の空間 $\mathcal{C}^{<h}$ の $\mathbb{C}_p$ -線形汎関数で「増大度に関する条件」を満たすものを h -許容測度 *h -admissible measure* と呼ぶ (VIŠIK)。
この定義では有界測度は 1-許容測度となる。文献によっては $\mathcal{C}^{\leq h}$ の線形汎関数として h -許容測度と定義しているものもあるので注意 (後者の定義では 0-許容測度が有界測度)。

^{*)} $GL(3)_{/\mathbb{Q}}$ の保型表現 π の無限部分が $\mathrm{Ind}_{P(2,1)}(D_{l_0} \boxtimes \mathrm{id})$ と表されるとき。但し D_{l_0} は $GL(2)_{/\mathbb{Q}}$ の最低ウェイト l_0+1 の離散系列表現。

参考文献

[落合 16] 落合 理, 『岩澤理論とその展望 (下)』, 岩波数学叢書, 岩波書店 (2016).

[AG94] Avner ASH and David GINZBURG, *p-adic L-functions for $GL(2n)$* , Invent. Math., **116**, no. 1-3 (1994), 27–73.

[FJ93] Solomon FRIEDBERG and Hervé JACQUET, *Linear periods*, J. Reine Angew. Math., **443** (1993), 91–139.

[Geh15] Lennart GEHRMANN, *On Shalika models and p-adic L-functions*, preprint, [arXiv:1511.01771](#) (38 pages).

[Ger15] Angelika GEROLDINGER, *p-adic automorphic L-functions on $GL(3)$* , Ramanujan J., **38**, no. 3 (2015), 641–682.

[Jan11] Fabian JANUSZEWSKI, *Modular symbols for reductive groups and p-adic Rankin-Selberg convolutions over number fields*, J. Reine Angew. Math., **653** (2011), 1–45.

[Jan15] Fabian JANUSZEWSKI, *On p-adic L-functions for $GL(n) \times GL(n-1)$ over totally real fields*, Int. Math. Res. Not., **IMRN2015**, no. 17 (2015), 7884–7949.

[Jan16] Fabian JANUSZEWSKI, *p-adic L-functions for Rankin-Selberg convolutions over number fields*, Ann. Math. Qué., **40**, no. 2 (2016), 453–489.

[JPSS83] Hervé JACQUET, Ilya I. PIATETSKIĬ-SHAPIRO and Joseph Andrew SHALIKA, *Rankin-Selberg convolutions*, Amer. J. Math., **105**, no. 2 (1983), 367–464.

[KMS00] David KAZHDAN, Barry MAZUR and Claus-Günther SCHMIDT, *Relative modular symbols and Rankin-Selberg convolutions*, J. Reine Angew. Math., **519** (2000), 97–141.

[Mah00] Joachim MAHNKOPF, *Eisenstein cohomology and the construction of p-adic L-functions*, Compos. Math., **124**, no. 3 (2000), 253–304.

[PS75] Ilya I. PJATECKIJ-ŠAPIRO, *Euler subgroups*, in: *Lie groups and their representations (Proc. Summer School, Bolyai János Math. Soc., Budapest, 1971)*, p.p. 597–620, Halsted, New York, 1975.

[Sch01] Claus-Günther SCHMIDT, *Period relations and p-adic measures*, Manuscripta Math., **106**, no. 2 (2001), 177-201.