Iwasawa Theory Workshop 2012: List of References

at Graduate School of Science, Osaka University

3rd–6th April, 2012

コメントは各講演者からいただいております。引用文献の重複等もございますがご了承ください。

1 アーベル体の岩澤主予想のモジュラー的手法による証明 (落合)

[Rib76]

レベル p のモジュラー曲線のヤコビ多様体から p 分体のイデアル類群の元をつくることで Herbrand の定理の逆を示している．Mazur-Wiles [MW84], Wiles [Wil90] の仕事へと一般化される原型の仕事であり, さらなる高次代数群への一般化を考察する上での大事な比較対象となる仕事である．

[MW84]

若干の技術的な条件の下, アーベル体の岩澤主予想を解決した論文．

[Wil86], [Wil88]

1990 年の総実代数体上の岩澤主予想を解決した後の Wiles 自身の論文で陰に陽に用いられるヒルベルトモジュラーな肥田理論を整備した論文である．擬表現という新しい道具立てを開発してヒルベルトモジュラーカスプ形式のガロア表現を構成している．

また, 局所ラングランズ対応などを用いてヤコビ多様体のネロン・モデルの数論幾何的な研究を行い, モジュラーガロア表現の局所的な性質 (ordinary であること) などを示している．後の岩澤理論の証明の論文では幾何的な議論は表に現れないが, これらの論文に幾何が押込められている．

[Wil90]

岩澤主予想のモジュラー的な手法による証明を Mazur-Wiles [MW84] よりも一般化し洗練した方法で示している．有理数体上のアーベル拡大の場合だけでなくその総実代数体への一般化も示している．

2 アーベル体の岩澤主予想のオイラー系による証明 (大下)

2.1 アーベル体の岩澤主予想

[Lan90], [Grei92], [Was97], [CS06]

これらの文献は，Abel 体の円分 $\mathbb{Z}_p$ 拡大の岩澤主予想の円単数の Euler 系による証明を与えている．[Lan90, Was97, CS06] では, p が奇素数のときに，$\mathbb{Q}(\mu_p)$ の円分 $\mathbb{Z}_p$ 拡大の場合に限って, 岩澤主予想の証明を与えている．[Lan90] の Rubin による Appendix が, 円単数の Euler 系を用いて岩澤主予想の証明を与えた最初の文献である．[Grei92] は $p = 2$ の場合や指標の位数が p で割れる場合も含めて, 岩澤主予想の証明を与えた論文である．この論文では, 前半 (第 3 章まで) で岩澤主予想の証明を行い, 後半 (第 4 章) では, その応用として, 然るべき条件を満たす虚 Abel 体のイデアル類群の 2-Sylow 部分群についての類数公式の指標を付けた精密化などの結果を得ている．

2.2 オイラー系の一般論

[Rub00]

Euler 系の一般論を扱った文献は他にもあるが, ここでは, この文献のみを挙げておく．[Rub00] は, 代数体の絶対 Galois 群の一般の p 進表現の格子に関して, Euler 系の概念を定義して, Selmer 群の位数の評価, 岩澤加群が捻れ加群であることの証明や, その特性イデアルの評価についての Euler 系を用いた形式論を解説している教科書である．尚, 本講演では, 円単数の Euler 系のケースしか取り扱わないため, 講演中では, このような一般的な枠組みついては殆ど言及できないことを注意しておく．

2.3 Coleman 理論についての補足

[Cole79], [CS06], [Grei92], [Tsu99], [Was97]

時間の都合により, 講演では深入りすることができないため, ここで, Coleman 理論に関連したトピックスのうち, 本講演で言及するものに限って挙げておきたい．例えば, [Cole79, CS06, Was97] 等の文献で, 局所体の単数群の射影極限とべき級数を結ぶ Coleman 写像が定義されている．([CS06] と [Was97] では特殊なケースしか扱っていない．) [Grei92, Tsu99, Was97] 等ではこの Coleman 写像に円単数の像と (p 進補完, 乃至 Sitickelberger 元の極限によって定義した) p 進 L 関数を結びつけることによって, “半局所単数/円単数” の構造を調べている．[Grei92] では, 次のことが証明されている:

> 任意の素数 p, 及び p で不分岐な任意の Abel 体 K について, $K(\mu_{p^\infty})/K$ に沿った p に於ける半局所単数群の射影極限の pro-p 部分を U_∞, 円単数群の半局所単数群に於ける閉包の射影極限の pro-p 部分を C_∞ とおくとき, $\mathrm{Gal}(K(\mu_p)/\mathbb{Q})$ の任意の非自明な偶指標 ψ について, Λ_ψ 加群 $(U_\infty/C_\infty)_\psi$ の特性イデアルが, p 冪因子を無視すれば p 進 L 関数 $L_p(\psi)$ で生成される単項イデアルと一致する．

[Tsu99] では, p が奇素数の場合に限って, 議論を精密化し, ψ 部分 $U_\infty^\psi/C_\infty^\psi$ 及び, ψ 商 $(U_\infty/C_\infty)_\psi$ の Λ_ψ 加群としての構造を明示的に決定している.

3 p-adic L-functions for totally real number fields (Nuccio)

3.1 Preliminary references

[CS06], [Hid93], [Iwa72], [Was97]

[CS06] is the book which contains a very nice treatment of classical Iwasawa Main Conjecture stated in the modern language of measures and pseudo-measures. They are first briefly discussed in the introduction and taken up again in Chapter 3. The main limitation is that only the number field $F = \mathbb{Q}$ is discussed.

Chapter 3 of [Hid93] contains virtually everything about p-adic L-functions for $F = \mathbb{Q}$ but it is very concise and cannot be read independently of the rest of the book.

The small and nice book [Iwa72] presents Iwasawa's construction of the p-adic L function for $F = \mathbb{Q}$ as inverse limit of Stickelberger elements.

[Was97] is the "classical" book on Iwasawa theory for cyclotomic fields. It contains the construction of p-adic L-functions given by Kubota and Leopoldt as limit of Stickelberger elements (not discussed in my talk) in Chapter 7 (Theorem 7.10) and a treatment of measures on Galois groups in Chapter 12 (the relation with Theorem 7.10 is Theorem 12.2). Only $F = \mathbb{Q}$ is discussed and the language of pseudo-measures is not introduced.

3.2 Measures and pseudo-measures on Galois groups

[Coa77], [Ser78], [MazSwD74]

The seminal paper [Coa77] contains a generalization for arbitrary real number fields of Iwasawa's approach of defining the p-adic L-function as being an inverse limit of Stickelberger elements. This approach led Coates to axiomatize the strategy and he proposed some congruences whose validity implies the existence of p-adic L functions for arbitrary fields; these are the congruence proven both by Deligne-Ribet, Cassou-Noguès and Barsky. They are labelled as Hypothesis H_n in 2.3 and as Hypothesis $D(p)$ in 4.2.

The language is not yet that of measures (or pseudo-measures): rather, everything is stated in terms of power series in $\mathcal{O}[[T]]$ where $\mathcal{O}$ is the ring of integers of a suitable extension of $\mathbb{Q}_p$. The main result about p-adic L-functions is Theorem 4.2.

[Ser78]: a wonderful paper. Although being only five pages long, it introduces an extremely self-contained and clear manner in the topics. It is the main reference for the language of pseudo-measures but it may be the best reference to grasp the idea behind p-adic L-functions for totally real number fields.

The paper [MazSwD74] contains a generalized treatment of measures on Galois groups suited for applications to Iwasawa theory. The paper concerns an Iwasawa-theoretic approach to the arithmetic of elliptic curves, and only Section 7 discusses measures. It is well-written, extremely readable and independent of the rest of the paper.

3.3 Deligne-Ribet Construction

[DR80], [Kat78], [Rap78], [Ser73], [Ven10]

[DR80] is, of course, the basic paper. Sometimes it is very concise, it depends heavily on Katz' paper about p-adic L-functions for CM fields quoted below (especially for the construction of higher-dimensional analogues of the Tate curve), Coates' paper connecting congruences to p-adic L-functions and Rapoport's thesis quoted below for main geometric properties of the moduli space.

The paper [Kat78] contains the basic discussion about Hilbert-Blumenthal Abelian Varieties and their moduli spaces. Only Section 1 is crucial for reading Deligne-Ribet's paper, especially sections 1.1 (HBAV equivalent of Tate elliptic curve) and 1.7 (the complex theory). Sections 1.2 and 1.9 treat, respectively, classical and p-adic Hilbert modular forms but are also discussed in some detail in Deligne-Ribet's paper.

[Rap78] is the paper where the main geometric properties of the moduli space of HBAV are discussed. Although being very well-written, it is technical and needs to provide (sometimes without proof) results of rigid-analytic nature. Modular forms are discussed in the last section, but again Deligne-Ribet is a better place to read them (if one cares only about p-adic L-functions) because there are notational discrepancies.

The long paper [Ser73] is where the strategy finally adapted by Deligne-Ribet is proposed. It clearly shows the limit of working with p-adic modular forms in a naive sense, and suggests that p-adic Hilbert modular forms be defined. Section 5 discusses many properties of p-adic ζ-functions for general F and can be instructive to read this before going to the much more technical paper of Deligne-Ribet who consider all L-functions, not restricting to trivial characters.

[Ven10] is a well-written summary on Deligne-Ribet construction (Section 2) as well as Siegel's proof of the rationality of L-values (Section 1). It explains how Deligne-Ribet's result implies the existence of a p-adic L-function seen as a pseudo-measure in detail and provides hints for the proofs. It lacks a reference to the construction of Tate abelian varieties (to be found in Katz' paper on CM fields quoted above).

3.4 Cassou-Noguès and Barsky Construction

[CN79], [Bar78], [Colm88], [Kat81], [Neu92], [Shin76]

The paper [CN79] is entirely self contained and shows how Shintani's method can be used to prove Coates' congruences. Little connection, if any, with Galois groups and Iwasawa theory is discussed. Sections 1 to 3 are entirely complex: an explicit formula for values at negative integers of the meromorphic continuation of *twisted* partial zeta functions is proven via Shintani's method. Section 4 contains connection with the p-adic theory. In an appendix the author briefly discusses connection with measures. It should be noted that the language is that of *partial* ζ function rather that L functions attached to finite-order characters of the Galois group: it makes little difference, as the first can be interpreted as the L-function attached the characteristic function of some open subgroup.

The paper [Bar78] is very similar to Cassou-Noguès' one, and differs from that in the final part where a p-adic Cauchy formula is discussed, again using Shintani's method.

Although the first aim of the paper [Colm88] is to study the residue at $s = 1$ of the p-adic ζ function, the author recalls Cassou-Noguès' construction in much detail. The result is most probably better than the original paper by Cassou-Noguès. The small disadvantage is that the paper, although being self-contained, needs to be read as a whole to follow notations and constructions. Section 5 computes the residue and can be ignored if one is only interested in constructing the p-adic ζ-function. As in Cassou-Noguès paper only partial ζ-functions are discussed, but the language of measures is fully exploited, especially in Section 4.

The very short paper [Kat81] gives, as its title says, a new perspective on why Shintani's method is suited for constructing p-adic ζ-functions. It provides a geometric interpretation in terms of measures on tori of the very analytic construction given in Cassou-Noguès and has a nice introduction. Section 5 asks in an informal way for a connection between Deligne-Ribet's and Cassou-Noguès' and Barsky's approach.

Section 9 of Chapter 7 of [Neu92] discusses in full detail Shintani's method for proving rationality of negative values of complex ζ-functions of totally real number fields. It is more structured than Shintani's paper below and can be easier to read. There is no connection with the p-adic theory, but it can be instructive to give a look at the classical construction before looking for generalizations as in Colmez' paper.

[Shin76] is the paper where an explicit domain for the action of totally positive units on totally positive elements of a totally real number field is described. Although being historically relevant and the original source, Neukirch's presentation (or Katz') may be better-suited for the modern reader.

4 CM 体に付随する p 進 L 関数 (原)

4.1 予備知識

[長岡 05], [山上 05], [Dw71], [Kat73a], [Kat73b], [KO68], [Mil06], [Mil07], [Ser73], [Ser89], [Shim98], [Was97], [Weil55]

代数体の $\mathbb{Z}_p^d$ 拡大の一般論並びにレオポルト予想との関係については [Was97] の第 13 章 (特に 13.1 章) に詳しい。(A_0) 型量指標は [Weil55] で提唱された概念。勿論現在では様々な文献で紹介

されているが、取り扱いが中途半端なものや天下り式に定義を与えているだけのものも少なくない。誤植が少なからず存在するのが玉に瑕ではあるが、たった 7 ページの短い記事なので一度は原典 [Weil55] に触れておくのも有益だと思う (ヴェイユ全集にも収録されている)。より統一的な扱い (付随するガロワ整合系、セール群の代数的表現としての解釈等) については [Ser89] が基本文献。

CM 体を扱う際には **虚数乗法論** *theory of complex multiplication* は不可避である。基本文献は矢張り [Shim98] で、大概のことはこの本に書かれており、読む程に味が出る名著である。ただ、記述が若干現代的でない上に独特の記号が多用されているので、初学者には多少読みづらい側面もあるかもしれない[*1]。ウェブ上にある [Mil06, Mil07] は (特に [Mil06] の方は) まだまだ未完成ではあるが現代的な観点で書かれており、虚数乗法論の概要を展望するには便利。虚数乗法論とガロワ表現との関係 (特に虚数乗法を持つアーベル多様体に付随するガロワ表現の "像が小さくなること" 等) については矢張り [Ser89] を参照されたい[*2]。

今回取り扱う総実体及び CM 体の p 進 L 関数の構成には p **進保型形式** p-adic modular forms の理論が欠かせない。今回は [Rap78, DR80, Kat78] に則って p 進ヒルベルト保型形式を扱うが、基本となるのは矢張り楕円保型形式の場合である。この場合、保型形式の q 展開の "p 進極限" として素朴に取り扱うセールの手法 [Ser73] (Nuccio さんのコメントも参照) と、今回のワークショップで扱うものと同様に「p 進環上の楕円曲線のモジュライ」上に定義された関数として解釈するカッツの幾何的手法 [Kat73b] が基本的である。どちらも歯ごたえがある記事ではあるが、同じ本の連続記事なので比較しながら読み進めると色々発見があって興味深い。なお長岡昇勇氏、山上敦士氏による日本語解説記事 [長岡 05, 山上 05] も是非参考にされたい (`http://www.ma.noda.tus.ac.jp/u/ha/SS2005/hokoku.html` より入手可)。

最後に [Kat78] に登場する幾何学的概念で講演では詳しく取り扱わないもの (時間的制約のため扱えないもの) に関して文献を挙げておこう: ガウス-マニン接続及び小平-スペンサー写像の代数的/代数幾何的な取り扱いに関しては [KO68] または [HT93, Section 1.2] を参照されたい ([Kat78] にはガウス-マニン接続に関してあまり詳しい説明は付されていない)。"unit root part" の分解定理は元々は Dwork の結果 [Dw71, Theorem 4.1] であるが、原論文では完全に古典的な p 進微分方程式の枠組みで証明されている。Katz の概説 [Kat73a] は Dwork の結果を F-クリスタルなど幾何学的に整備された言葉で書き直しており、幾何的な思考に慣れている人にはこちらの方が親しみ易いだろう。

4.2 p 進 L 関数の構成

[dS87], [VM74], [Kat76], [Kat78], [HLS], [HT93]

虚二次体の場合は [VM74], [Kat76], [dS87], 一般の CM 体の場合は [Kat78], [HT93] で扱われている。[VM74] では p 進超関数 p-adic distribution を天下り式に定義し、実際に p 進測度と

[*1] なお、志村, 谷山連名の初期の版にはアーベル多様体のモジュライについては書かれていないので注意。アーベル多様体のモジュライに関しては本ワークショップでは深入りしないが、最新の岩澤理論の研究に於いて頻出する高次代数群 (または志村多様体) 上の保型形式を展開する際には必須である。

[*2] 本ワークショップとは一切関係ないが、[Ser89] の第 1 章の付録には佐藤-テイト予想に対する楕円曲線の対称積 L-関数を用いたセールの構想も載っていたりして奥が深い。

なっていることを p 進整性などを逐一調べることに拠って確認する方針がとられている。[Kat76] では [Kat78] と同様にアイゼンシュタイン測度を構成して、その CM 点への制限のメラン変換として p 進 L 関数を取り出す方針がとられているが、[Kat78] よりも多彩な作用素が続々と登場するのでかえって見づらい面もあるかもしれない。最後の章ではクロネッカーの極限公式への応用も扱っている。[dS87] は楕円単数のノルム整合系のコールマン写像に依る像として p 進 L 関数を構成すると言う、所謂 "岩澤-コールマンの構成" の一般化。また、虚数乗法を持つ楕円曲線の岩澤理論の基本文献でもあり、コーツ-ワイルズ準同型等の重要な概念も解説されている。

一般の CM 体に於ける p 進 L 関数の構成は当然ながら [Kat78] が基本文献となる。[Kat76] でも用いられた "アイゼンシュタイン測度を CM 点へ制限したもののメラン変換" として p 進 L 関数を構成する方法をより洗練した形で応用している (特に微分作用素に関する部分は大分整理されている)。[HT93] でも p 進 L 関数の構成を行っているが基本的な手法は [Kat78] と全く同様。主な違いは、[Kat78] では量指標の導手が p 冪の場合しか考慮していなかったのに対し [HT93] では所謂分枝指標 (branch character) も含めたより一般的な状況で構成している点である (岩澤主予想への応用で重要なのは後者。当然その分補間公式の証明等の計算はかなり繁雑になっている)。[Kat78] は大変良く書かれているので、最初は [Kat78] を丁寧に読まれることを強くお薦めしたい。

なおカッツ等によるアイゼンシュタイン測度を用いた構成は、[HLS] に於いて総実代数体上定義された分裂型ユニタリ群 $GU(n,n)$ 上の保型形式の場合に応用され、様々な p 進 L 関数を生み出している。

4.3 反円分岩澤主予想

[HT93], [HT94], [Hid07], [Hid06], [Hid09], [MT90]

反円分岩澤主予想は一連の肥田晴三, Jacques Tilouine の結果によりかなりの場合に解決されている。[HT93, HT94] では普遍概通常ヘッケ環の CM 成分に付随する合同加群の特性冪級数を介して、μ 不変量の部分を除いて (即ち $\mathbb{Q}$ をテンソルした後で) 反円分 p 進 L 関数がセルマー群の特性冪級数を割ることを証明している (虚二次体の場合の [MT90] の議論を一般化したもの)。この時点で既にガロワ変形理論の岩澤理論への応用という側面が色濃く現れている。[Hid07] では反円分 p 進 L 関数の法 p 非消滅性 (mod p non-vanishing) を証明し、それを用いて [HT93, HT94] の結果を精密化している。

[Hid06] は藤原一宏の結果*3 [Fuj06] を用いて、変形理論に纏わるある仮定の下で逆側の包含関係が成立することを証明している。[Hid09] は変形理論をより精密に展開することで [Hid06] の仮定の一つを取り除いたもの。

4.4 $(d+1)$ 変数岩澤主予想

[Rub91b], [Hsi11]

虚二次体の場合はルービンが [Rub91b] に於いて楕円単数のオイラー系を用いた手法により主予

*3 要するに総実代数体での「$R=\mathbb{T}$」定理及びヘッケ加群としての自由性定理。

想を証明している。[Hsi11] はメイザー、ワイルズ [MW84, Wil90], スキナー、ウルバン [SU10] 等に依る所謂 “モジュラー的手法” を引き継ぎ、ユニタリ群 $GU(2,1)$ 上の Λ 進アイゼンシュタイン級数を零化する普遍通常ヘッケ環のイデアル (アイゼンシュタイン・イデアルと呼ばれる) を介して $(d+1)$ 変数 p 進 L 関数がセルマー群の特性イデアルを割ることをある仮定*4の下で証明したもの (d は総実代数体の次数)。高次ユニタリ群の保型形式を岩澤主予想に応用するという点ではスキナー, ウルバンの手法 [SU10] と類似しているが、[SU10] では (有理数体上の) 分裂型ユニタリ群 $GU(2,2)$ 上の保型形式を扱っていたのに対し [Hsi11] では (総実代数体上の) 非分裂型ユニタリ群 $GU(2,1)$ を扱っている点に特徴が現れている。

4.5 非可換岩澤理論関連

[Boug11a], [Boug11b]

[Boug11a] ではカッツ, 肥田, ティルウィンの p 進 L 関数がリッター-ヴァイスの意味での torsion congruence 型の合同式を満たすことが (代数体の類数等に関する) 一定の仮定の下で証明されている。また [Boug11b] ではハリス-勵-スキナー型の p 進 L 関数 [HLS] に対しても (特に $GU(1,1)$ の場合はかなり一般的な状況下で) torsion congruence が導出されている*5。[Hsi11] で用いられたものと同様な $GU(n,1)$ 上のクリンゲン型アイゼンシュタイン級数を用いた手法に関しても [Boug11b] でアナウンスされている。

*4 Λ 進アイゼンシュタイン級数の非自明性の証明で村瀬篤, 菅野孝史の具体的な計算結果を用いる。仮定のうちの主なもの (ルート数の条件等) は村瀬, 菅野の結果を適用する際に必要とされるもの。

*5 torsion congruence は非可換岩澤理論を展開するための重要な一歩であり、主予想の定式化も含め今後の展開が期待される。

References

[長岡 05] 長岡昇勇: *Serre's p-adic modular forms*, 第 13 回整数論サマースクール報告集 (2005)

[山上 05] 山上敦士: *Katz p-adic modular forms*, 第 13 回整数論サマースクール報告集 (2005)

[Bar78] Daniel BARSKY: *Fonctions zêta p-adiques d'une classe de rayon des corps de nombres totalement réels*, in: *Groupe de travail d'analyse ultramétrique* (5e année: 1977/78) Secrétariat Math., Paris, n° 16, 1–23 (1978)

[Boug11a] Thanasis BOUGANIS: *Non-abelian congruences between special values of L-functions of elliptic curves; the CM case*, Intern. J. Number Theory, Vol. **7**, no. 7, 1883–1934 (2011)

[Boug11b] Thanasis BOUGANIS: *Non-abelian p-adic L-functions and Eisenstein series of unitary groups; the CM method*, preprint, `arXiv:1107.1377v2[math.NT]` (2011)

[Coa77] John COATES: *p-adic L-functions and Iwasawa's theory*, in: *Algebraic number fields: L-functions and Galois properties* (Proc. Sympos., Univ. Durham, Durham, 1975), Academic Press, London, 269–353 (1977)

[Cole79] Robert Frederick COLEMAN: *Division values in local fields*, Invent. Math. **53**, 91–116.

[Colm88] Pierre COLMEZ: *Résidu en $s = 1$ des fonctions zêta p-adiques*, Invent. Math. **91**, no. 2, 371–389 (1988)

[CN79] Pierrette CASSOU-NOGUÈS: *Valeurs aux entiers négatifs des fonctions zêta et fonctions zêta p-adiques*, Invent. Math. **51** (1) 29–59 (1979)

[CS06] John COATES and Ramdorai SUJATHA: *Cyclotomic fields and zeta values*, Springer Monographs in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin (2006)

[dS87] Ehud DE SHALIT: *Iwasawa theory of elliptic curves with complex multiplication*, Perspectives in Mathematics, vol. **3**, Academic Press (1987)

[Dw71] Bernard Morris DWORK: *Normalized period matrices* I: *Plane curves*, Ann. of Math. **94**, no. 2, 337–388 (1971)

[DR80] Pierre René DELIGNE and Alan Kenneth RIBET: *Values of abelian L-functions at negative integers over totally real fields*, Invent. Math. **59**, no. 3, 227–286 (1980)

[Fuj06] Kazuhiro FUJIWARA (藤原一宏): *Deformation rings and Hecke algebras in the totally real case*, preprint, `arXiv:math/0602606v2[math.NT]` (2006)

[Gre06] Ralph GREENBERG: *On the structure of certain Galois cohomology groups*, Doc. Math. Extra Volume: John H. Coates' Sixtieth Birthday, 335–391 (2006)

[Grei92] Cornelius GREITHER: *Class groups of abelian fields and the main conjecture*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **42**, 449–499 (1992)

[Hid91] Haruzo HIDA (肥田晴三): *On a p-adic L-functions of $GL(2) \times GL(2)$ over totally real fields*, Ann. Inst. Fourier **41**, 311–391 (1991)

[Hid93] Haruzo HIDA: *Elementary theory of L-functions and Eisenstein series*, London Mathematical Society Student Texts, Cambridge University Press, Cambridge (1993)

[Hid06] Haruzo Hida: *Anticyclotomic main conjectures*, Doc. Math. Extra Volume: John H. Coates' Sixtieth Birthday, 465–532 (2006)

[Hid07] Haruzo Hida: *Non-vanishing modulo p of Hecke L-values and application*, in: *L-functions and Galois Representations*, London Mathematical Society Lecture Note Series **320**, 207–269 (2007)

[Hid09] Haruzo Hida: *Quadratic exercises in Iwasawa theory*, Int. Math. Res. Not. IMRN, no. **5**, 912–952 (2009)

[Hsi11] Ming-Lun Hsieh (謝銘倫): *Eisenstein congruence on unitary groups and Iwasawa main conjecture for CM fields*, preprint available at the website `http://www.math.ntu.edu.tw/~mlhsieh/research.htm` (2011)

[HLS] Michael Harris, Jian-Shu Li (勵建書) and Christopher Skinner: *p-adic L-functions for unitary Shimura varieties* I: *Construction of the Eisenstein measure*, Doc. Math. Extra Volume: John H. Coates' Sixtieth Birthday, 393–464 (2006)

[HT93] Haruzo Hida and Jacques Tilouine: *Anticyclotomic Katz p-adic L-functions and congruence modules*, Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4) **26**, no. **2**, 189–259 (1993)

[HT94] Haruzo Hida and Jacques Tilouine: *On the anticyclotomic main conjecture for CM fields*, Invent. Math. **117**, 89–147 (1994)

[Iwa72] Kenkichi Iwasawa (岩澤健吉): *Lectures on p-adic L-functions*, Annals of Mathematical Studies, Princeton University Press, Princeton (1972)

[Kat73a] Nicholas Michael Katz: *Travaux de Dwork*, Exposé 409, Séminaire N. Bourbaki 1971/72, Lecture Notes in Math. **317**, Springer, 167–200 (1973)

[Kat73b] Nicholas Michael Katz: *p-adic properties of modular schemes and modular forms*, in: *Modular functions of one variable* III, Lecture notes in Math. **350**, 70–189 (1973)

[Kat76] Nicholas Michael Katz: *p-adic interpolation of real analytic Eisenstein series*, Ann. of Math. **104**, 459–571 (1976)

[Kat78] Nicholas Michael Katz: *p-adic L-functions for CM Fields*, Invent. Math. **49**, 199–297 (1978)

[Kat81] Nicholas Michael Katz: *Another look at p-adic L-functions for totally real fields*, Math. Ann. **255** (1) 33–43 (1981)

[KO68] Nicholas Michael Katz and Tadao Oda (小田忠雄): *On the differentiation of De Rham cohomology class with respect to parameters*, J. Math. Kyoto Univ. **8**-2, 199-217 (1968)

[Lan90] Serge Lang: *Cyclotomic Fields* I *and* II (*combined second edition*) with appendix by Karl Rubin, Springer-Verlag (1990)

[MazSwD74] Barry Mazur and Peter Swinnerton-Dyer: *Arithmetic of Weil curves*, Invent. Math. **25**, 1–61 (1974)

[Mil06] John Stuart Milne: *Complex Multiplication* (preliminary version), available at `http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/cm.html` (2006)

[Mil07] John Stuart Milne: *The Fundamental Theorem of Complex Multiplication*, available at http://www.jmilne.org/math/articles/index.html#2000 (2007)

[MT90] Barry MAZUR and Jacques TILOUINE: *Représentations galoisiennes, différentielles de Kähler et ≪conjectures principales≫*, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci., tome **71**, 65–103 (1990)

[MW84] Barry MAZUR and Andrew WILES: *Class fields of abelian extensions of* $\mathbb{Q}$, Invent. Math. **76**, 179–330 (1984)

[Neu92] Jürgen NEUKIRCH: *Algebraische Zahlentheorie*, Springer, Berlin (1992)
English translation: *Algebraic number theory* (translated from the 1992 German original and with a note by Norbert Schappacher, with a foreword by G. Harder), Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. **322**, Springer-Verlag, Berlin (1999)
邦訳: 足立恒雄監修, 梅垣敦紀訳『代数的整数論』シュプリンガーフェアラーク東京 (2003)

[Rap78] Michael RAPOPORT: *Compactifications de l'espace de modules de Hilbert-Blumenthal*, Compos. Math. **36** (3) 255–335 (1978)

[Rib76] Kenneth Alan RIBET: *A modular construction of unramified p-extensions of* $\mathbb{Q}(\mu_p)$, Invent. Math. **34**, no. 3, 151–162 (1976)

[Rub91a] Karl RUBIN: *Kolyvagin's system of Gauss sums*, in: *Arithmetic Algebraic Geometry*, Prog. Math. **89**, 309–324 (1991)

[Rub91b] Karl RUBIN: *The "main conjectures" of Iwasawa theory for imaginary quadratic fields*, Invent. Math. **103**, 25–68 (1991)

[Rub00] Karl RUBIN: *Euler systems*, Princeton Univ. Press (2000)

[Ser73] Jean-Pierre SERRE: *Formes modulaires et fonctions zêta p-adiques*, in: *Modular functions of one variable* III, Lecture notes in Math. **350**, 191–268 (1973)

[Ser78] Jean-Pierre SERRE: *Sur le résidu de la fonction zêta p-adique d'un corps de nombres*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B **287**, no. 4, A183–A188 (1978)

[Ser89] Jean-Pierre SERRE: *Abelian ℓ-adic representations and elliptic curves* (*second edition*), Addison-Wesley Publ. Co., Reading Mass. (1989)
邦訳: 鈴木治郎訳『楕円曲線と ℓ 進アーベル曲線』ピアソンエデュケーション (1999)

[Shim98] Goro SHIMURA (志村五郎): *Abelian Varieties with Complex Multiplication and Modular Functions*, Princeton University Press (1998)

[Shin76] Takuro SHINTANI (新谷卓郎): *On evaluation of zeta functions of totally real algebraic number fields at non-positive integers*, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. **23** (2) 393–417 (1976)

[SU10] Christopher SKINNER and Eric URBAN: *The Iwasawa main conjectures for* GL_2, preprint available at http://www.math.columbia.edu/%7Eurban/eurp/ (2010)

[Tsu99] Takae TSUJI (都地崇恵): *Semi-local units modulo cyclotomic units*, J. Number Theory **78** 1-26 (1999)

[Was97] Lawrence Clinton WASHINGTON: *Introduction to Cyclotomic Fields* (2nd edition), Springer (1997)

[Weil55] André WEIL: *On a certain type of characters of the idèle-class group of an algebraic number-field*, Proceedings of International Symposium on Algebraic Number Theory at Tokyo-Nikko, 1–7 (1955)

[Ven10] Otmar VENJAKOB: *Deligne-Ribet's work on L-values*, in: *Guwahati Workshop on Iwasawa Theory of Totally Real Fields*, Ramanujan Math. Soc. Lect. Notes Ser. **12**, Ramanujan Math. Soc., Mysore, 97–112 (2010)

[VM74] Mikhail Markovich VIŠIK and Yuri Ivanovich MANIN: *p-adic Hecke series for quadratic imaginary fields*, Math. Sb. **95**, 357–383 (1974, Russian), Math. USSR Sb. **24**, no. 3, 345–371 (1974, English translation)

[Wil86] Andrew WILES: *On p-adic representations for totally real fields*, Ann. Math. (2) **123**, 407–456 (1986)

[Wil88] Andrew WILES: *On ordinary λ-adic representations associated to modular forms*, Invent. Math. **94**, no. 3, 529–573 (1988)

[Wil90] Andrew WILES: *The Iwasawa conjecture for totally real fields*, Ann. of Math. **131**, 493–540 (1990)